

DOI: 10.16285/j.rsm.2022.0844

# 考虑横向性能的盾构隧道纵向非线性 等效抗弯刚度计算模型

王祖贤<sup>1</sup>, 施成华<sup>1</sup>, 龚琛杰<sup>1</sup>, 曹成勇<sup>2</sup>, 彭 铸<sup>1</sup>, 孙影杰<sup>1</sup>

(1. 中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410075; 2. 深圳大学 土木与交通工程学院, 广东 深圳 518060)

**摘 要:** 纵向等效抗弯刚度是采用等效连续化模型进行盾构隧道纵向结构分析的关键参数, 其在纵向轴力和弯矩耦合作用下具有明显的非线性特征。在既有盾构隧道非线性抗弯刚度理论的基础上, 考虑盾构隧道的横向变形特征, 建立考虑盾构隧道横向性能的纵向非线性等效抗弯刚度计算模型, 基于椭圆积分严格推导纵向轴力和弯矩耦合作用下盾构隧道在环缝完全闭合、半张开和完全张开 3 种变形模式下的纵向等效抗弯刚度, 并根据中性轴位置方程得到各弯曲模式的临界轴力和弯矩判据, 通过与既有解析模型计算结果、模型试验数据和数值计算结果的对比验证了所提出的模型的可靠性。采用该模型开展了纵向轴力和弯矩耦合作用下盾构隧道横向性能对其纵向刚度的影响分析, 讨论了理论模型构建时非严格椭圆积分推导的计算误差, 并基于该模型提出了附加荷载作用下盾构隧道横纵向变形的耦合分析方法。研究表明: 该模型的解析推导是准确可靠的; 盾构隧道的纵向等效抗弯刚度与其横向刚度密切相关, 且为正相关; 在压弯状态下盾构隧道纵向等效抗弯刚度随横向刚度的增大而得到明显提升。提出的模型构建了轴力和弯矩耦合作用下盾构隧道横、纵向刚度的匹配性, 为盾构隧道横、纵向结构耦合分析搭建了桥梁。

**关 键 词:** 盾构隧道; 纵向连续化模型; 横向性能; 轴力弯矩耦合作用; 纵向非线性等效抗弯刚度

中图分类号: TU 451

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2023) 05-1295-14

## Calculation model of longitudinal nonlinear equivalent bending stiffness of shield tunnel considering its transverse performance

WANG Zu-xian<sup>1</sup>, SHI Cheng-hua<sup>1</sup>, GONG Chen-jie<sup>1</sup>, CAO Cheng-yong<sup>2</sup>, PENG Zhu<sup>1</sup>, SUN Ying-jie<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha, Hunan 410075, China;

2. College of Civil and Transportation Engineering, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China)

**Abstract:** The longitudinal equivalent bending stiffness (LEBS) of the shield tunnel is a key parameter when the longitudinal structural analyses of the shield tunnel are conducted by the equivalent continuous model. There will be a significantly nonlinear characteristics on the LBSE if the longitudinal axial force and the bending moment are loaded simultaneously. In this paper, based on the existing theories of the nonlinear bending stiffness of the shield tunnel, a calculation model of the longitudinal nonlinear equivalent bending stiffness of the shield tunnel incorporating its transverse performance has been proposed where the transverse deformation characteristics are considered. The LEBSs of the shield tunnel are derived strictly based on the elliptical integral when the circumferential joint of the shield is closed completely, semi open, and open fully respectively due to the coupling action of the longitudinal axial force and bending moment. The criteria of the critical axial force and the critical bending moment to distinguish the three bending modes are deduced with the equations about the neutral axial position. Then the reliability of the proposed model is validated via the results calculated by the existing analytical model, the model test data and the numerical results. After that, the analyses of the influences of the transverse performance of the shield tunnel on its longitudinal stiffness are carried out using the verified model when the shield tunnel suffers the coupling action of the longitudinal axial force and bending moment. Finally, the calculation errors of the simplified deductions are discussed. In addition, a coupled analysis method for the transverse and longitudinal deformations of a shield tunnel induced by additional load is developed based on the established analytical model. The

收稿日期: 2022-06-06

录用日期: 2022-08-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51778636, No. 51908557); 湖南省自然科学基金资助项目 (No. 2021JJ30837)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51778636, 51908557) and the Natural Science Foundation of Hunan Province (2021JJ30837).

第一作者简介: 王祖贤, 男, 1994 年生, 博士研究生, 主要从事隧道与地下工程方面的研究。E-mail: csusdwzx@csu.edu.cn

通讯作者: 龚琛杰, 男, 1990 年生, 博士, 副教授, 主要从事隧道与地下工程方面的教学与研究。E-mail: gongcj@csu.edu.cn

results show that the analytical derivations of the proposed model are accurate and reliable. The LEBS of the shield tunnel is closely related to its transverse stiffness, and there is a positive correlation between the two. The LEBS of the shield tunnel is improved dramatically with the increase of the transverse bending stiffness if there is a compressive-bending state. The matching relationship between the longitudinal and transverse stiffnesses of the shield tunnel subjected to the coupling actions of the longitudinal axial force and bending moment is established with the proposed model, and a bridge to implement the longitudinal and transverse coupling analyses on the structures of the shield tunnel is also built by the proposed model.

**Keywords:** shield tunnel; longitudinal equivalent continuous model; transverse performance; coupling actions of axial force and bending moment; longitudinal nonlinear equivalent bending stiffness

## 1 引言

由于概念明确、计算便捷,盾构隧道纵向等效连续化模型在盾构隧道纵向抗震设计<sup>[1]</sup>及施工扰动下盾构隧道的纵向变形分析<sup>[2-6]</sup>中得到了广泛应用。该模型将盾构隧道在纵向上简化为一维均质连续梁,通过对均质梁弯曲刚度的折减来反映盾构隧道环间接缝的影响。因此,在该模型中,盾构隧道纵向等效抗弯刚度取值的可靠性直接影响了盾构隧道纵向结构计算分析结果的精度。

随着盾构隧道纵向结构分析理论不断发展,盾构隧道纵向等效抗弯刚度计算模型日趋丰富。综合国内外对该问题的研究,可将盾构隧道纵向等效抗弯刚度计算模型的发展概括为3个阶段。第1阶段即为日本隧道专家志波由纪夫提出的经典纵向等效连续化模型(志波模型)<sup>[7]</sup>,该模型基于材料力学基本理论,从环缝面力和力矩的平衡方程以及环缝的变形协调条件出发,严格推导了盾构隧道纵向等效抗弯刚度的解析表达,为盾构隧道纵向等效连续化模型的发展奠定了坚实的基础。在第2阶段,针对志波模型存在的不足,研究者们主要从环缝的影响范围、管片及接头螺栓的弹塑性行为、管片衬砌的横向变形以及纵向螺栓的平均化等方面进行了改进,提出了盾构隧道纵向等效抗弯刚度修正模型。如廖少明<sup>[8]</sup>和徐凌<sup>[9]</sup>认为盾构隧道环向接头的作用范围是有限的,引入环缝影响系数对志波模型进行了修正;叶飞等<sup>[10]</sup>探讨了盾构隧道横向变形对纵向抗弯刚度的影响;Yu等<sup>[11]</sup>在考虑盾构隧道横向变形的基础上进一步考虑了环缝密封垫对盾构隧道抗弯刚度的贡献;张文杰<sup>[12]</sup>、李翔宇<sup>[13]</sup>等更是提出了综合考虑横向变形、环缝作用范围以及螺栓弹塑性的盾构隧道纵向等效抗弯刚度计算模型;杨春山等<sup>[14-15]</sup>结合数值分析结果引入接头刚度修正系数对志波模型中的纵向螺栓平均化假定进行了修正。

在上述两个发展阶段,所建立的盾构隧道纵向等效抗弯刚度计算模型均是以轴力和弯矩相互独立为条件,等效抗弯刚度的推导是在纯弯曲作用下进行的,因此其值为一常数。而实际工程中,盾构隧

道纵向轴力和弯矩可能同时存在,如地震荷载<sup>[16]</sup>或非对称顶推力<sup>[2, 17]</sup>作用时。此时,纵向轴力和弯矩具有明显的耦合效应,在此类工况下基于纯弯曲状态得到的经典志波模型及其修正模型不再适用。为此,在第3阶段,耿萍<sup>[18-20]</sup>、Li<sup>[21]</sup>等以经典志波模型为基础建立了考虑轴力和弯矩耦合效应的盾构纵向非线性等效抗弯刚度计算模型。其研究成果表明,在纵向轴力作用下盾构隧道的等效抗弯刚度不再是一个常数,而与盾构隧道的纵向受力状态息息相关,具有明显的非线性特征。同时,洪弼宸<sup>[22]</sup>、Li等<sup>[21]</sup>的模型试验结果也证实了盾构隧道纵向等效抗弯刚度的荷载相关性。盾构隧道纵向非线性等效抗弯刚度模型的提出极大地扩展了盾构隧道纵向等效连续化模型的适用范围。

但不得不指出的是,既有非线性等效抗弯刚度模型仍然建立于志波模型的基本框架下,即在横向仍然将盾构隧道衬砌管环视为一均质环,忽略了盾构隧道横向性能对其纵向结构刚度的影响。由于盾构隧道固有的结构特征,其横向结构性能必然对纵向结构性能具有至关重要的影响并起着制约作用,其横、纵向刚度是有着匹配关系的<sup>[10]</sup>。因此,在进行盾构隧道结构计算分析时不应将其横、纵向结构性能独立考虑。

此外,尽管在既有研究中,研究者基于盾构隧道横断面的椭圆化变形,对盾构隧道横、纵向刚度的耦合分析进行了有益的尝试<sup>[10-13, 23]</sup>。但碍于数学上的困难,在绝大多数情况下都对盾构隧道的横向变形以及推导过程进行了一定的简化,在严格意义上并不满足盾构隧道的横向变形特征。

为此,本文进一步考虑盾构隧道的横向变形特征,建立考虑横向性能的盾构隧道纵向非线性等效抗弯刚度计算模型,基于严格的椭圆积分,推导不同弯曲模式下的盾构隧道纵向等效抗弯刚度,得到不同弯曲模式下的荷载临界值,通过已有解析模型计算结果和模型试验数据验证本文模型的可靠性,并以一地铁盾构隧道为工程背景,对横向变形影响下的盾构隧道非线性等效抗弯刚度进行深入的分析 and 讨论,探明不同条件下盾构隧道横向性能对其纵

向刚度的影响规律。

## 2 纵向非线性等效抗弯刚度模型

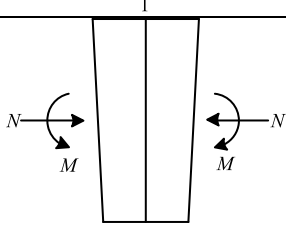
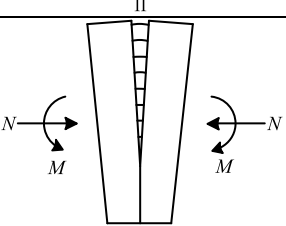
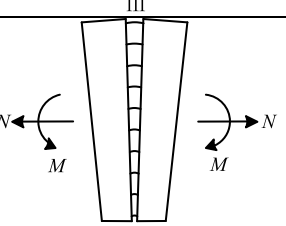
### 2.1 轴力和弯矩耦合作用下环缝纵向弯曲模式

在纯弯曲作用下盾构隧道环缝的半张开状态十分明确，但考虑纵向轴力作用时，环缝的接触状态将与纵向轴力和弯矩的荷载水平相关，环缝的接触状态可分为完全闭合、部分接触、完全张开共 3 种。当纵向轴力为压力且其值较大时，环缝处于闭合状

态，此时衬砌全断面受压，混凝土管片承担所有的压力而螺栓不参与受力；随着纵向压力逐渐减小，环缝开始张开，此时衬砌在中性轴以上受拉，而在中心轴以下受压，且随着纵向压力的不断减小，中性轴位置不断下移，直至衬砌全断面受拉；当纵向轴力为拉力且其值较大时，环缝可能会完全张开。因此，根据环缝接触状态的不同，将轴力和弯矩耦合作用下盾构隧道的纵向弯曲变形模式划分为 3 类，如表 1 所示。表中  $N$  为纵向轴力， $M$  为弯矩。

表 1 轴力和弯矩耦合作用下盾构隧道纵向弯曲变形模式

Table 1 Longitudinal bending modes of a shield tunnel subjected to the coupling actions of axial force and bending moment

| 弯曲模式   | I                                                                                 | II                                                                                 | III                                                                                 |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 变形图示   |  |  |  |
| 环缝接触状态 | 完全闭合                                                                              | 部分接触                                                                               | 完全张开                                                                                |

### 2.2 盾构隧道的横向抗弯刚度

在盾构隧道施工后，由于水土压力或其他施工扰动，其横断面将不可避免地产生近椭圆化变形，如图 1 所示。图中  $r$  为盾构隧道横断面计算半径，定义为衬砌环外径和内径的平均值； $a$  和  $b$  分别为衬砌发生椭圆化变形后横截面半长轴和半短轴。

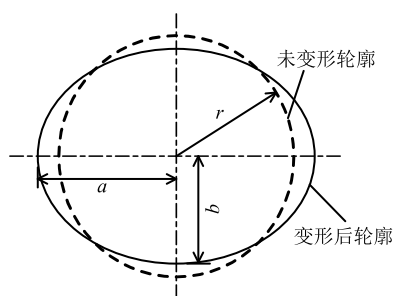


图 1 盾构隧道横向变形

Fig.1 Transverse deformation of a shield tunnel

盾构隧道的横向抗弯刚度有效率与管片环横断面水平直径和竖直直径的变化密切相关。基于 Lee 等<sup>[24]</sup>提出的盾构隧道的横向抗弯刚度理论，Yu 等<sup>[11]</sup>定义盾构隧道横向抗弯刚度有效率  $\eta_T$  为

$$\eta_T = \frac{(EI)_{eq}^T}{(EI)^T} = \frac{D + \Delta D_2}{D + \Delta D_1} \quad (1)$$

式中： $(EI)_{eq}^T$  和  $(EI)^T$  分别为盾构隧道的横向等效抗弯刚度和均质衬砌环的横向抗弯刚度， $E$  为弹性模量， $I$  为管环截面惯性矩； $D$  为未变形衬砌环的直

径； $\Delta D_1$  和  $\Delta D_2$  分别为盾构隧道衬砌环和均质衬砌环的直径变化量。

为进一步建立盾构隧道横、纵向弯曲刚度之间的联系，参照既有研究成果，假定盾构隧道衬砌环水平与竖向变形一致，即  $D = a + b$ <sup>[10-13]</sup>；同时，考虑到在一般情况下， $\Delta D_2 \ll D$ <sup>[10-11]</sup>，式 (1) 即可表示为

$$\eta_T = \frac{(EI)_{eq}^T}{(EI)^T} = \frac{a + b}{2a} = \frac{1 + \psi}{2} \quad (2)$$

式中： $\psi = b/a$ ，定义为盾构隧道横向刚度影响系数。

### 2.3 考虑横向性能的纵向非线性等效抗弯刚度

如图 2 所示，取盾构隧道相邻衬砌环中心线之间长为  $l_s$  ( $l_s$  为衬砌管片宽度) 的区域作为分析区域。在弯矩  $M$  作用下，分析区域两截面发生相对转

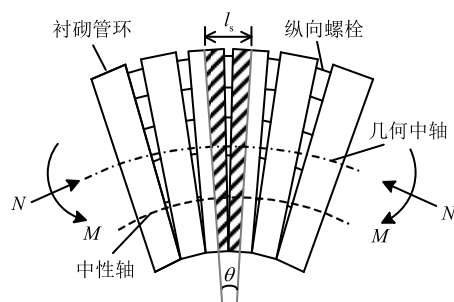


图 2 盾构隧道管片环单元弯曲变形示意

Fig.2 Schematic of the bending deformation of segment ring of the shield tunnel

角  $\theta$ ，则盾构隧道的纵向等效抗弯刚度  $(EI)_{\text{eq}}^L$  定义为

$$(EI)_{\text{eq}}^L = \frac{Ml_s}{\theta} \quad (3)$$

本文在推导考虑横向性能的盾构隧道纵向非线性等效抗弯刚度时所作的基本假定同既有非线性抗弯刚度计算模型<sup>[18, 21]</sup>一致。同时，为排除材料非线性对纵向轴力引起的盾构隧道纵向等效抗弯刚度非

线性的干扰，计算时假定管片混凝土和纵向接头螺栓均为线弹性<sup>[25-27]</sup>。

### 2.3.1 弯曲模式 I

该弯曲模式下环缝完全闭合，管片衬砌全断面受压，纵向螺栓不参与受力。分析区域的弯曲变形及截面应力分布如图 3 所示。图中， $\alpha$  为衬砌环横断面圆弧上计算点与断面中心点连线和竖直轴的夹角； $E_c$  为管片混凝土弹性模量； $\varepsilon_{c1}$  和  $\varepsilon_{c2}$  分别为管片衬砌顶部和底部的纵向压应变。

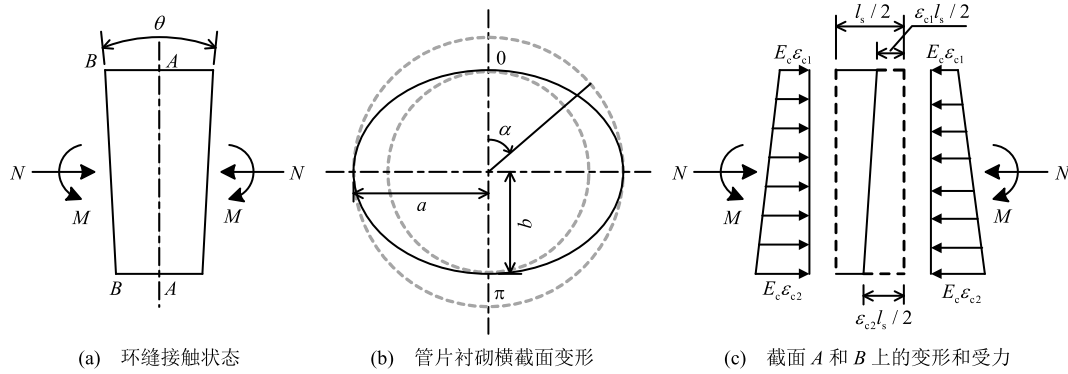


图 3 弯曲模式 I 中分析区域弯曲变形及截面应力分布

Fig.3 Bending deformation of the analytical region and distribution of the stress on the cross section in bending mode I

由图 3 可知，基于衬砌环横向椭圆化变形后横断面的参数方程，可得分析区域截面上力和力矩的平衡方程为

$$2 \int_0^\pi \left[ E_c \varepsilon_{c1} + \frac{b - b \cos \alpha}{2b} E_c (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c1}) \right] a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} t d\alpha = N \quad (4)$$

$$2 \int_0^\pi \left[ E_c \varepsilon_{c1} + \frac{b - b \cos \alpha}{2b} E_c (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c1}) \right] a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} (b - b \cos \alpha) t d\alpha = M + Nb \quad (5)$$

式中： $t$  为衬砌管片厚度； $e$  为衬砌横断面偏心率，定义  $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ 。

该模式下分析区域截面相对转角可表示为

$$\theta = \frac{l_s (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c1})}{2b} \quad (6)$$

由式 (4)、(5) 可得

$$\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c1} = \frac{NbI_2 - (M + Nb)I_1}{E_c abt (I_2^2 - I_1 I_3)} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c1} = \frac{M}{E_c abt (I_3 - I_1)}, (I_1 = I_2) \quad (8)$$

其中：

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int_0^\pi \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha \\ I_2 &= \int_0^\pi \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} (1 - \cos \alpha) d\alpha \\ I_3 &= \int_0^\pi \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} (1 - \cos \alpha)^2 d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

将式 (8) 代入式 (9)，得该模式下截面相对转角为

$$\theta = \frac{Ml_s}{2E_c ab^2 t (I_3 - I_1)} \quad (10)$$

结合式 (3)、(10)，即可得到该弯曲模式下盾构隧道的纵向等效抗弯刚度  $(EI)_{\text{eq}}^L$  为

$$(EI)_{\text{eq}}^L = 2E_c ab^2 t (I_3 - I_1) \quad (11)$$

### 2.3.2 弯曲模式 II

该弯曲模式下环缝处于半张开状态，衬砌横断面在中性轴以上受拉、中性轴以下受压。此时分析区域的弯曲变形及截面应力分布如图 4 所示。图中， $\varphi$  为横断面中性轴位置的角度； $\varepsilon_c$  和  $\varepsilon_l$  分别为衬砌管片最大压应变和拉应变； $\delta_j$  为纵向螺栓最大伸长量； $k_r$  为纵向螺栓沿横截面均匀分布时的平均线刚度， $k_r = nK_j / (2\pi r)$ ， $n$  为环缝横截面上的纵向螺栓数， $K_j$  为单根螺栓的轴向刚度。

由图 4 可得该弯曲模式下分析区域截面力和力矩的平衡条件以及变形协调条件分别为

$$2 \frac{E_c \varepsilon_c a t}{1 - \sin \varphi} \int_0^{\frac{\pi}{2} - \varphi} (\cos \alpha - \sin \varphi) \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha -$$

$$2 \frac{E_c \varepsilon_t a t}{1 + \sin \varphi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + \varphi} (\cos \alpha + \sin \varphi) \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha = N$$

$$(12)$$

$$2 \frac{E_c \varepsilon_c a t}{1 - \sin \varphi} \int_0^{\frac{\pi}{2} - \varphi} (\cos \alpha - \sin \varphi) \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha -$$

$$2 \frac{a k_r \delta_j}{1 + \sin \varphi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + \varphi} (\cos \alpha + \sin \varphi) \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha = N$$

$$(13)$$

$$2 \frac{E_c \varepsilon_c a b t}{1 - \sin \varphi} \int_0^{\frac{\pi}{2} - \varphi} (\cos \alpha - \sin \varphi)^2 \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha +$$

$$2 \frac{E_c \varepsilon_t a b t}{1 + \sin \varphi} \int_0^{\frac{\pi}{2} + \varphi} (\cos \alpha + \sin \varphi)^2 \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha =$$

$$M - N b \sin \varphi$$

$$(14)$$

$$\frac{\varepsilon_t l_s}{2} + \frac{\delta_j}{2} = b(1 + \sin \varphi) \frac{\theta}{2} \quad (15)$$

$$\frac{\varepsilon_c l_s}{2} = b(1 - \sin \varphi) \frac{\theta}{2} \quad (16)$$

由式(12)、(14)可得衬砌管片最大压应变  $\varepsilon_c$  和最大拉应变  $\varepsilon_t$  分别为

$$\varepsilon_c = \frac{(1 - \sin \varphi) [(M - N b \sin \varphi) I_5 + N b I_7]}{2 E_c a b t (I_4 I_7 + I_5 I_6)} \quad (17)$$

$$\varepsilon_t = \frac{(1 + \sin \varphi) [(M - N b \sin \varphi) I_4 - N b I_6]}{2 E_c a b t (I_4 I_7 + I_5 I_6)} \quad (18)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} I_4 &= \int_0^{\frac{\pi}{2} - \varphi} (\cos \alpha - \sin \varphi) \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha \\ I_5 &= \int_0^{\frac{\pi}{2} + \varphi} (\cos \alpha + \sin \varphi) \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha \\ I_6 &= \int_0^{\frac{\pi}{2} - \varphi} (\cos \alpha - \sin \varphi)^2 \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha \\ I_7 &= \int_0^{\frac{\pi}{2} + \varphi} (\cos \alpha + \sin \varphi)^2 \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

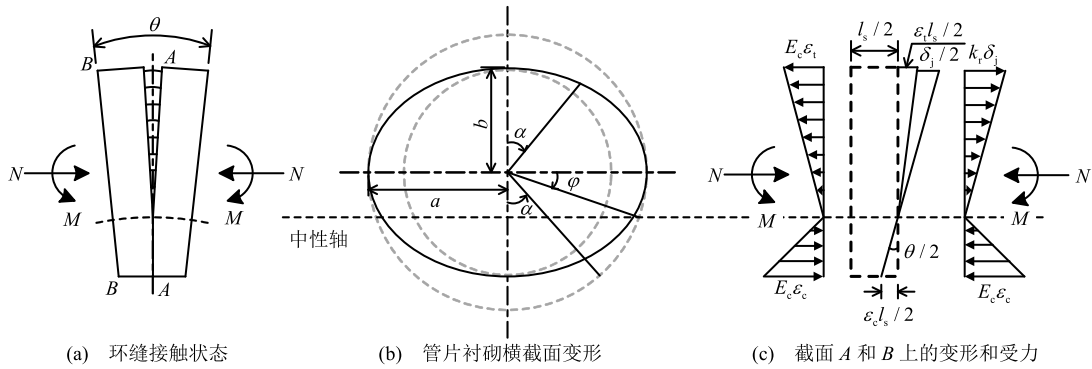


图4 弯曲模式II中分析区域弯曲变形及截面应力分布

Fig.4 Bending deformation of analytical region and distribution of stress on the cross section in bending mode II

将式(17)代入式(16),可得该弯曲模式下分析区域截面相对转角  $\theta$  为

$$\theta = \frac{l_s [(M - N b \sin \varphi) I_5 + N b I_7]}{2 E_c a b^2 t (I_4 I_7 + I_5 I_6)} \quad (20)$$

将式(20)代入式(3),即可得到该弯曲模式下盾构隧道纵向等效抗弯刚度  $(EI)_{eq}^L$  为

$$(EI)_{eq}^L = \frac{2 E_c a b^2 t (I_4 I_7 + I_5 I_6) M}{(M - N b \sin \varphi) I_5 + N b I_7} \quad (21)$$

由式(12)、(13)可得,纵向螺栓最大伸长量  $\delta_j$  可表示为

$$\delta_j = u l_s \varepsilon_t \quad (22)$$

式中:  $u$  为管片与螺栓的材料刚度比,定义为  $u = E_c t / (k_r l_s)$ 。

结合式(15)~(18)和式(22),可得此时关于中性轴位置角  $\varphi$  的方程为

$$(1 + u) [(M - N b \sin \varphi) I_4 - N b I_6] - [(M - N b \sin \varphi) I_5 + N b I_7] = 0 \quad (23)$$

可见,式(23)是关于  $\varphi$  在  $(-\pi/2, \pi/2)$  上含有椭圆积分的超越方程,无显示解析解,需采用数值方法求解。在求解式(23)时可先将椭圆积分  $I_4$ 、 $I_5$ 、 $I_6$  和  $I_7$  利用 Gauss-Legendre 数值积分公式展开,然后利用非线性方程的数值解法确定式(23)的数值解。

### 2.3.3 弯曲模式III

在该弯曲模式下,盾构隧道环缝完全张开,衬砌全断面受拉,环缝处拉应力由衬砌管片和纵向螺栓共同承担,此时分析区域的弯曲变形及截面应力分布如图5所示。图中,  $\varepsilon_{t1}$  和  $\varepsilon_{t2}$  分别为衬砌环顶部和底部管片的纵向拉应变;  $\delta_{j1}$  和  $\delta_{j2}$  分别为衬砌环顶部和底部纵向螺栓的伸长量。

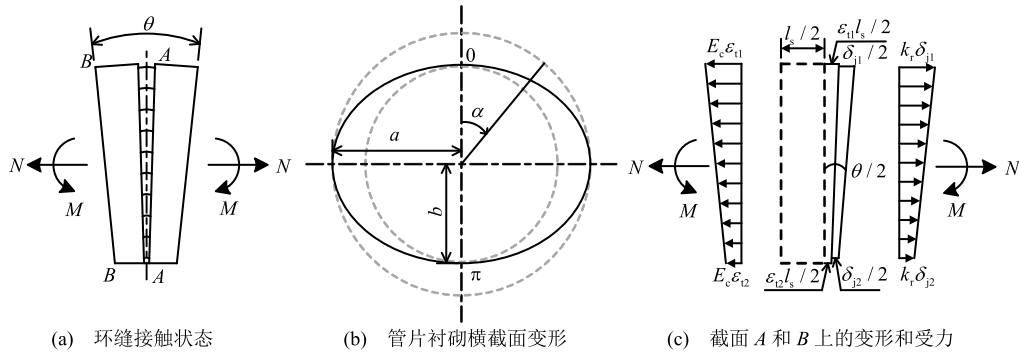


图5 弯曲模式III中分析区域弯曲变形及截面应力分布

Fig.5 Bending deformation of analytical region and distribution of stress on the cross section in bending mode III

由图5可得该弯曲模式下分析区域截面力和力矩的平衡条件以及变形协调条件分别为

$$2 \int_0^\pi \left[ E_c \varepsilon_{t2} + \frac{b+b \cos \alpha}{2b} E_c (\varepsilon_{t1} - \varepsilon_{t2}) \right] a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} t d\alpha = N \quad (24)$$

$$2 \int_0^\pi \left[ E_c \varepsilon_{t2} + \frac{b+b \cos \alpha}{2b} E_c (\varepsilon_{t1} - \varepsilon_{t2}) \right] a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} (b + b \cos \alpha) t d\alpha = M + Nb \quad (25)$$

$$2 \int_0^\pi \left[ k_r \delta_{j2} + \frac{b+b \cos \alpha}{2b} k_r (\delta_{j1} - \delta_{j2}) \right] a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} d\alpha = N \quad (26)$$

$$2 \int_0^\pi \left[ k_r \delta_{j2} + \frac{b+b \cos \alpha}{2b} k_r (\delta_{j1} - \delta_{j2}) \right] a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} (b + b \cos \alpha) d\alpha = M + Nb \quad (27)$$

$$\theta = \frac{l_s (\varepsilon_{t1} - \varepsilon_{t2}) + (\delta_{j1} - \delta_{j2})}{2b} \quad (28)$$

分别联立式(24)~(27),可得

$$\varepsilon_{t1} - \varepsilon_{t2} = \frac{M I_1 + (I_1 - I_8) Nb}{E_c t a b (I_1 I_9 - I_8^2)} \quad (29)$$

$$\varepsilon_{t1} - \varepsilon_{t2} = \frac{M}{E_c t a b (I_9 - I_1)}, \quad (\text{当 } I_8 = I_1) \quad (30)$$

$$\delta_{j1} - \delta_{j2} = \frac{M I_1 + (I_1 - I_8) Nb}{k_r a b (I_1 I_9 - I_8^2)} \quad (31)$$

$$\delta_{j1} - \delta_{j2} = \frac{M}{k_r a b (I_9 - I_1)}, \quad (\text{当 } I_8 = I_1) \quad (32)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} I_8 &= \int_0^\pi \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} (1 + \cos \alpha) d\alpha = I_1 \\ I_9 &= \int_0^\pi \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha} (1 + \cos \alpha)^2 d\alpha = I_3 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

将式(30)、(32)代入式(28),可得该弯曲模式下分析区域截面相对转角为

$$\theta = \frac{M}{2ab^2 (I_9 - I_1)} \left( \frac{l_s}{E_c t} + \frac{1}{k_r} \right) \quad (34)$$

将式(34)代入式(3),即可得到该弯曲模式下盾构隧道纵向等效抗弯刚度  $(EI)_{eq}^L$  为

$$(EI)_{eq}^L = 2ab^2 (I_9 - I_1) \frac{E_c t}{u+1} \quad (35)$$

由式(11)、(21)、(35)可见,当环缝完全闭合或完全张开时,盾构隧道的纵向等效抗弯刚度只取决于结构自身的截面属性和材料属性;而当环缝处于半张开状态时,除受结构自身的截面属性和材料属性影响外,盾构隧道的纵向等效抗弯刚度具有明显的荷载依赖性。在确定各弯曲模式下盾构隧道的纵向等效抗弯刚度后,即可得到对应的盾构隧道纵向抗弯刚度有效率  $\eta_L$ :

$$\eta_L = \frac{(EI)_{eq}^L}{(EI)^L} \quad (36)$$

式中:  $(EI)^L$  为均质衬砌环的纵向抗弯刚度,  $(EI)^L = E_c \pi r^3 t$ 。

## 2.4 弯曲模式的临界荷载判据

对于如图4所示的弯曲模式II而言,当截面中性轴位置位于衬砌顶部和底部边缘时,即  $\varphi = -\pi/2$  和  $\varphi = \pi/2$  时,盾构隧道环缝纵向弯曲变形处于弯曲模式I和II以及II和III的临界状态,此时所对应的纵向轴力和弯矩即为各弯曲模式间的临界荷载。因此,令式(23)中性轴位置角  $\varphi = -\pi/2$  和  $\varphi = \pi/2$ ,可得各弯曲模式间的临界荷载判据为

$$\left. \begin{aligned} N_{c,12} &= \frac{I_8}{I_9 - I_8} \cdot \frac{M_{c,12}}{b} \quad (I \leftrightarrow II) \\ N_{c,23} &= -\frac{I_8}{I_9 - I_8} \cdot \frac{M_{c,23}}{b} \quad (II \leftrightarrow III) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

式中： $N_{c,12}$  和  $M_{c,12}$  分别为弯曲模式 I 和 II 之间的临界轴力和临界弯矩； $N_{c,23}$  和  $M_{c,23}$  分别为弯曲模式 II 和 III 之间的临界轴力和临界弯矩。

特别地，如果不考虑盾构隧道的横向变形，即  $a=b=r$ ，则式 (37) 可表示为

$$\left. \begin{aligned} N_{c,12} &= \frac{2M_{c,12}}{r} \quad (I \leftrightarrow II) \\ N_{c,23} &= -\frac{2M_{c,23}}{r} \quad (II \leftrightarrow III) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

在上述不同纵向弯曲变形模式下盾构隧道纵向

等效抗弯刚度的理论推导中，通过引入横向刚度影响系数，以盾构隧道横断面变形参数为纽带，建立了盾构隧道横、纵向抗弯刚度的相关性和匹配性，可为进一步开展盾构隧道的横、纵向耦合计算奠定基础；此外，基于横断面变形参数的椭圆积分推导使盾构隧道的纵向等效抗弯刚度解析与其横断面变形特征在数学上表达上更为严格一致，使得理论模型更具普适性。所建立的考虑横向性能的盾构隧道纵向非线性等效抗弯刚度计算模型，其核心计算式如表 2 所示。

表 2 盾构隧道纵向非线性等效弯曲刚度计算式

Table 2 Formulations of longitudinal nonlinear equivalent bending stiffness of shield tunnels

| 弯曲模式 | 临界荷载条件                                                       | 纵向等效抗弯刚度公式                                                                                   | 中性轴位置公式                                                                                |
|------|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| I    | $N_{c,12} = \frac{I_8}{I_9 - I_8} \cdot \frac{M_{c,12}}{b}$  | $(EI)_{eq}^L = 2E_c ab^2 t (I_3 - I_1)$                                                      | —                                                                                      |
| II   |                                                              | $(EI)_{eq}^L = \frac{2E_c ab^2 t (I_4 I_7 + I_5 I_6) M}{(M - Nb \sin \varphi) I_5 + Nb I_7}$ | $(1+u)[(M - Nb \sin \varphi) I_4 - Nb I_6] - [(M - Nb \sin \varphi) I_5 + Nb I_7] = 0$ |
| III  | $N_{c,23} = -\frac{I_8}{I_9 - I_8} \cdot \frac{M_{c,23}}{b}$ | $(EI)_{eq}^L = 2ab^2 (I_9 - I_1) \frac{E_c t}{u+1}$                                          | —                                                                                      |

### 3 模型验证

#### 3.1 与既有解析模型计算结果的对比

耿萍等<sup>[18]</sup>以成都地铁 3 号线为例，基于所建立

的盾构隧道纵向非线性等效抗弯刚度理论，分析了盾构隧道纵向等效抗弯刚度随纵向轴力和弯矩的变化规律。成都地铁 3 号线管片环和纵向螺栓参数如表 3 所示。

表 3 成都地铁 3 号线管片和纵向螺栓参数<sup>[18]</sup>

Table 2 Parameters of segment and longitudinal bolts of Metro 3 in Chengdu<sup>[18]</sup>

| 管片参数          |                 |               |                  | 纵向螺栓参数       |               |                 |                  |
|---------------|-----------------|---------------|------------------|--------------|---------------|-----------------|------------------|
| 衬砌直径 $D$ / mm | 管片宽度 $l_s$ / mm | 管片厚度 $t$ / mm | 管片弹模 $E_s$ / GPa | 螺栓数目 $n$ / 个 | 螺栓直径 $d$ / mm | 螺栓长度 $l_b$ / mm | 螺栓弹模 $E_b$ / GPa |
| 6 000         | 1 500           | 300           | 34.5             | 10           | 30            | 440             | 210              |

图 6 为本文模型与耿萍等提出的计算模型<sup>[18]</sup>的对比，由于耿萍等<sup>[18]</sup>未考虑盾构隧道的横向变形，在采用本文模型计算时只需令  $a=b=r$  即可。由图可见：①盾构隧道的纵向等效抗弯刚度表现出明显的荷载相关性，纵向轴力和弯矩的相对大小对其具有控制作用；②当纵向轴力（压力）一定时，若弯矩小于使环缝张开的临界值，则不同轴力工况下的纵向等效抗弯刚度均为一定值，即为管片主断面抗弯刚度， $(EI)_{eq}^L = (EI)^L = 7.53 \times 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ ；当弯矩超过该临界值时，盾构隧道的纵向等效抗弯刚度随弯矩的增大迅速减小，且纵向轴力越小，纵向等效抗弯刚度随弯矩衰减越快；③纵向轴力为压力时，其对盾构隧道的纵向性能具有明显的增强作用。

对比结果表明，当不考虑盾构隧道的横向变形时，本文模型与既有解析模型具有较好的一致性。

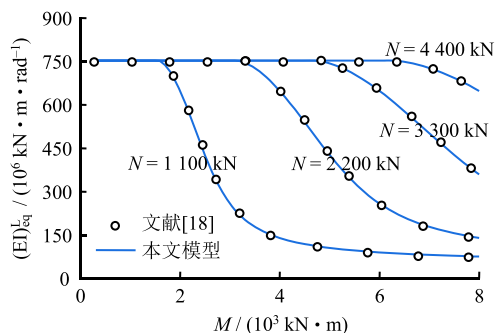


图 6 与既有解析模型的对比

Fig.6 Comparisons with existing analytical model

#### 3.2 与模型试验结果的对比

Li 等<sup>[21]</sup>采用模型试验研究了纵向轴力和弯矩耦合作用下的盾构隧道纵向等效抗弯刚度，并基于志波模型建立了纵向轴力和弯矩耦合作用下盾构隧

道纵向等效抗弯刚度的解析式。其在模型试验采用的原型隧道和模型隧道参数如表 4 所示。如图 7 所示为本文模型计算结果与模型试验结果的对比，为与模型试验条件一致，采用本文模型计算时不考虑盾构隧道的横向变形。由对比结果可见，本文模型计算结果与模型试验结果吻合较好。

由图 7 可见：①弯曲模式 I 和 III 下的盾构隧道纵向抗弯刚度有效率分别为其上限值和下限值；②在弯曲模式 II 下，纵向抗弯刚度有效率随荷载归一化参数  $\xi$  ( $\xi = Nr / (2M)$ ) 的增大而非线性增大，纵

向轴力为压力且其值较大时，盾构隧道纵向抗弯刚度有效率迅速增长，即纵向轴力为压力时，其对盾构隧道纵向性能的提升是不可忽视的；③志波模型为本文模型及既有非线性等效抗弯刚度计算模型在纯弯曲工况下的特例。

由计算结果可知，本算例中当盾构隧道环缝完全闭合时其纵向抗弯刚度有效率为 1.0，纯弯曲时该值仅为 0.07，相比于管片主断面刚度降低了 93%，而环缝完全张开时仅为 0.027，相比于管片主断面刚度降低了 97.3%。

表 4 Li 等<sup>[21]</sup>模型试验采用的原型隧道和模型隧道参数

Table 4 Parameters of the prototypical shield tunnel and the scaled shield tunnel in Li's model test<sup>[21]</sup>

| 参数   | 衬砌外径<br>$D_o / \text{mm}$ | 衬砌内径<br>$D_i / \text{mm}$ | 管片厚度<br>$t / \text{mm}$ | 管片环宽<br>$l_s / \text{mm}$ | 螺栓数目<br>$n / \text{个}$ | 螺栓长度<br>$l_b / \text{mm}$ | 螺栓直径<br>$d / \text{mm}$ | 管片弹性模量<br>$E_s / \text{GPa}$ | 螺栓弹性模量<br>$E_b / \text{GPa}$ |
|------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|------------------------|---------------------------|-------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 原型隧道 | 6 200                     | 5 500                     | 350                     | 1 000                     | 17                     | 400                       | 30                      | 34.5                         | 206                          |
| 模型隧道 | 400                       | 355                       | 23                      | 65                        | 6                      | 34                        | 8                       | 2.06                         | 2.41                         |

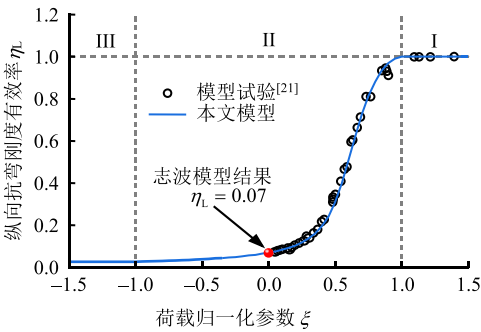


图 7 与模型试验结果的对比

Fig.7 Comparisons with model test data

3.3 与数值计算结果的对比

在盾构隧道纵向模型试验中施加拉弯荷载较为困难，为此以精细化盾构隧道数值模型计算结果为基准对解析模型作进一步的验证。基于叶飞等<sup>[28-29]</sup>开展的盾构隧道模型试验建立的精细化数值模型如图 8 所示。数值模型纵向长度与模型试验一致，由 25 环衬砌管片组成。原型盾构隧道参数如表 4 所示，

模型隧道参数如表 5 所示，衬砌管片及接头螺栓细部构造详见文献[29]。

基于 ABAQUS 有限元平台建立的数值模型中衬砌管片和环、纵向接头螺栓均采用 C3D8R 实体单元模拟。管片与管片之间、管片和接头螺栓之间均建立法向“硬接触”和切向摩擦接触（摩擦系数取 0.3）以模拟其相互作用关系。

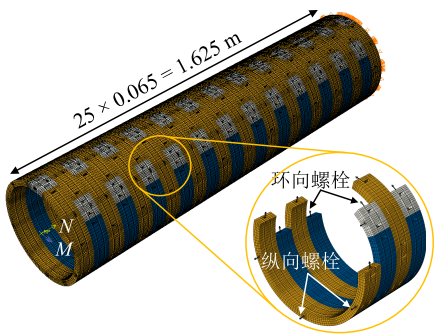


图 8 模型盾构隧道 3D 精细化数值模型

Fig.8 3D refined numerical model of a scaled shield tunnel

表 5 叶飞等<sup>[28-29]</sup>模型试验采用的模型隧道参数

Table 5 Parameters of the scaled shield tunnel in Ye's model test<sup>[28-29]</sup>

| 管片参数                 |                        |                      |                           | 纵向螺栓参数              |                      |                        |                           |
|----------------------|------------------------|----------------------|---------------------------|---------------------|----------------------|------------------------|---------------------------|
| 衬砌直径 $D / \text{mm}$ | 管片宽度 $l_s / \text{mm}$ | 管片厚度 $t / \text{mm}$ | 管片弹性模量 $E_s / \text{GPa}$ | 螺栓数目 $n / \text{个}$ | 螺栓直径 $d / \text{mm}$ | 螺栓长度 $l_b / \text{mm}$ | 螺栓弹性模量 $E_b / \text{GPa}$ |
| 400                  | 65                     | 23                   | 2.06                      | 6                   | 2                    | 27                     | 33.8                      |

为保证数值模型的可靠性，首先根据试验结果对数值模型进行标定。叶飞等<sup>[28]</sup>按简支梁对模型隧道进行加载，两个加载点分别位于第 9 环和第 17 环衬砌顶部，共设置 9 级荷载，单个加载点每级加载

重量为 3 kg，即单个加载点总竖向荷载为 0.264 6 kN。如图 9 所示为施加全部荷载后隧道纵向变形的有限元模型结果和模型试验结果。图 9 所示隧道纵向变形为根据几何相似比 ( $C_L = 15$ ) 换算后结果。

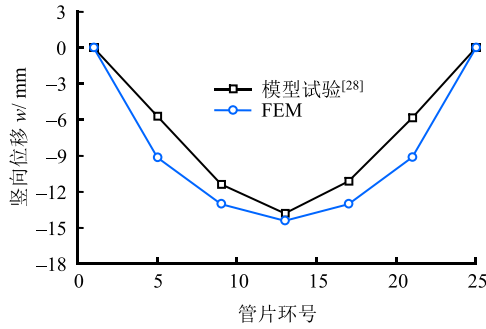


图9 盾构隧道的纵向变形对比

Fig.9 Comparisons of longitudinal deformations of the shield tunnel

由图9可见,由精细化有限元得到的模型盾构隧道纵向变形与模型试验结果基本一致,表明所建立的数值模型是可靠的,可用于轴力-弯矩耦合作用下盾构隧道纵向性态的模拟。

为便于在数值模型中施加纵向压力(或拉力)和力矩,同时避免横向剪力引起的环间错台的影响,纵向轴力-弯矩耦合作用工况下数值模型中盾构隧道按一端固支的悬臂梁模型进行加载。在悬臂端建立参考点,并在悬臂端的盾构隧道环缝面与参考点建立分布耦合约束,然后在参考点施加纵向集中力和横向力偶矩,数值模型加载条件和边界设置如图8所示。

根据耿萍等<sup>[18]</sup>对盾构隧道纵向内力的调研统计,盾构隧道纵向最大压力可达61.8 MN,最大拉力可达6.8 MN,最大弯矩可达24.5 MN·m。参考模型隧道与原型隧道荷载相似关系(集中荷载相似比 $C_F = 4\ 015.81$ ,力偶矩相似比 $C_M = 56\ 523.06$ )<sup>[28-29]</sup>,换算后模型隧道的纵向轴力变化范围为-2.2~15.4 kN(负值表示受拉,正值表示受压),纵向弯矩可达0.43 kN·m。因此,数值模型中的加载工况设置为:首先在模型悬臂端加载参考点分别施加 $\pm 1.0$ 、 $\pm 2.0$  kN的纵向集中力,然后在不同的纵向轴力条件下在加载参考点施加集中力偶矩,使隧道纵向弯矩逐渐由0增加至0.5 kN·m。

盾构隧道纵向弯曲刚度有效率 $\eta_L$ 可根据数值模型中悬臂端的最大变形和均质悬臂梁模型悬臂端最大变形的比值确定,即

$$\eta_L = \frac{w_{1,\max}}{w_{2,\max}} \quad (39)$$

式中: $w_{2,\max}$ 为数值模型中盾构隧道最大挠度; $w_{1,\max}$ 为表示均质梁模型最大挠度,可按式确定:

$$w_{1,\max} = \frac{M_0 L_0^2}{2EI} \quad (40)$$

式中: $M_0$ 为悬臂端力偶矩; $L_0$ 为悬臂梁长度。

如图10所示为由数值计算和本文理论解析确定的盾构隧道纵向抗弯刚度有效率随荷载归一化参数的变化关系。由于未在数值模型中施加横向水土压力,理论计算时取 $a=b=r$ 。由图可见,无论是在压弯状态下还是拉弯状态下,由本文解析模型确定的盾构隧道纵向等效抗弯刚度有效率随纵向轴力和弯矩条件的变化规律与有限元计算结果一致,且数值较为接近,表明本文模型中对不同荷载条件下盾构隧道纵向等效抗弯刚度的计算是可靠的。

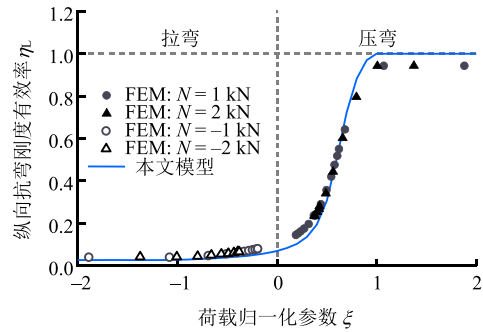


图10 与数值计算结果的对比

Fig.10 Comparisons with FEM results

综上所述,与既有解析模型计算结果、模型试验结果以及精细化数值计算结果的对比证明了本文模型的可靠性,且当不考虑盾构隧道的横向变形时本文模型即退化为既有盾构隧道纵向非线性等效抗弯刚度模型,即本文模型具有一定的广义性。

## 4 横向性能对纵向刚度的影响分析

本节以3.2节和3.3节所述模型试验中的原型盾构隧道为依托,基于本文模型开展轴力和弯矩耦合作用时盾构隧道横向性能对其纵向等效抗弯刚度的影响分析。

图11所示为基于式(2)确定的不同横向刚度条件下盾构隧道纵向抗弯刚度有效率 $\eta_L$ 随荷载归一化参数 $\xi$ 的变化曲线。由图可见:①在不同的横向刚度条件下, $\eta_L$ 随 $\xi$ 的变化趋势是一致的,即随着纵向拉力的减小和纵向压力的增大, $\eta_L$ 由其下限值逐渐增大,直至其上限值;②盾构隧道的纵向刚度与其横向刚度正相关,且在压弯模式下( $\xi > 0$ ),横向刚度的变化对其纵向刚度影响较大;③由于盾构隧道的横断面变形,即使在环缝完全闭合(弯曲模式I)条件下,其纵向抗弯刚度也会低于管片主断面抗弯刚度,即 $\eta_L < 1.0$ ;④随着盾构隧道横向刚度的减小,其横向变形增大,降低了盾构隧道的纵向刚度,使盾构隧道环缝完全闭合或完全张开的 $\xi$

值逐渐减小,即盾构隧道横向变形越大,环缝越易受弯张开。

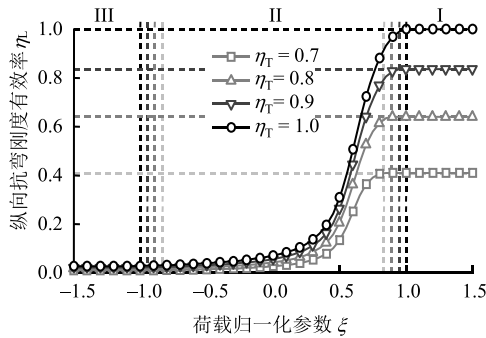


图 11 不同横向刚度下隧道纵向抗弯刚度有效率的变化  
Fig.11 Variations of the longitudinal bending stiffness efficiency of the shield tunnel

图 12 所示为盾构隧道环缝完全张开、环缝完全闭合和纯弯曲作用下盾构隧道纵向抗弯刚度有效率  $\eta_L$  随其横向刚度有效率  $\eta_T$  的变化曲线。图中盾构隧道横向刚度有效率  $\eta_T$  变化范围为 0.7~1.0。由图可见:①在不同纵向轴力条件下,  $\eta_L$  与  $\eta_T$  近似呈线性正相关关系,但不同轴力条件所对应的增长率是不同的;②相比于环缝完全张开和纯弯曲工况,环缝完全闭合时,盾构隧道横向刚度对其纵向刚度的影响最为显著。由计算结果可知,当  $\psi$  由 0.4 增

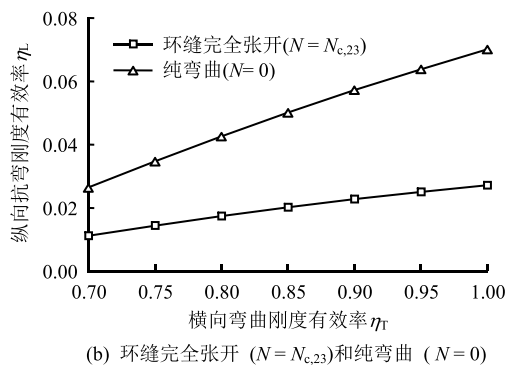
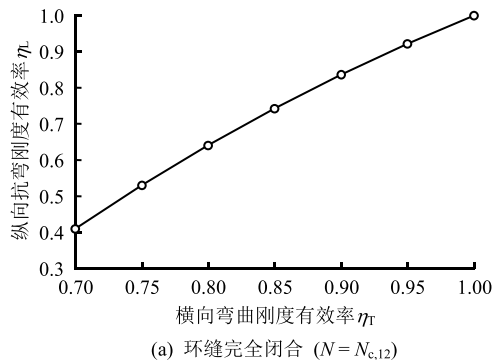


图 12 典型工况下纵向抗弯刚度有效率与横向刚度的关系  
Fig.12 Relationships between longitudinal bending stiffness efficiency and transverse stiffness

大到 1.0 (对应于  $\eta_T$  由 0.7 增大到 1.0) 时,环缝完全闭合时  $\eta_L$  由 0.41 增大到 1.0;环缝完全张开时  $\eta_L$  由 0.011 增大到 0.027;纯弯曲工况下  $\eta_L$  由 0.026 增大到 0.070。

基于上述分析可见:①在拉弯状态下盾构隧道的纵向等效抗弯刚度是极低的,由于在地震荷载下盾构隧道纵向轴力为拉力是可能的,因此在盾构隧道纵向抗震设计中采用纯弯曲状态下的纵向等效抗弯刚度将带来一定的计算误差;②在不同的受力状态下,盾构隧道横向刚度的提升都会显著改善其纵向结构性能,因此在施工中采用诸如地基加固、隧道结构加固等施工措施,不仅能提高盾构隧道的横向性能,还会进一步提升其纵向结构性能;③压弯状态下盾构隧道的纵向等效抗弯刚度会得到显见的提高,因此盾构隧道施工后管片内残余纵向应力(由施工期顶推力的引起)可提升盾构隧道的纵向抗变形能力。

## 5 讨论

### 5.1 非严格椭圆积分的计算误差

通过建立盾构隧道横向抗弯刚度与其横断面变形参数(图 1 参数  $a$  和  $b$ )之间的关联关系,进而以横断面变形参数为桥梁构建盾构隧道横纵向刚度的匹配关系,是当前盾构隧道横纵向刚度耦合计算最基本的思路<sup>[10-15]</sup>。但既有研究在基于盾构隧道横向变形特征进行纵向抗弯刚度解析时均进行了不同程度的简化,在数学上并不严格。

图 13 和 14 分别对比了由不同方法确定的纯弯曲状态下盾构隧道横纵向抗弯刚度的相关关系以及截面中性轴位置随横向抗弯刚度有效率的变化关系。计算时盾构隧道基本参数与前述模型试验中的原型隧道一致,横向抗弯刚度有效率与横断面变形参数的关系由式(2)确定。

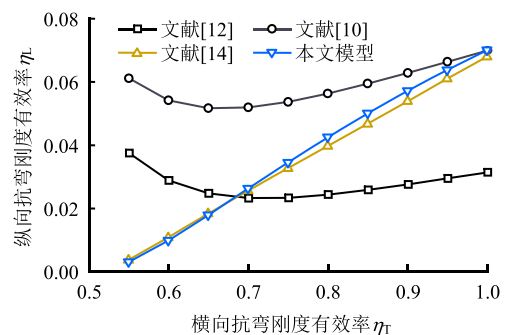


图 13 不同方法确定盾构隧道横纵向刚度相关关系比较  
Fig.13 Comparisons of the relationships between transverse and longitudinal stiffnesses of shield tunnel obtained by different methods

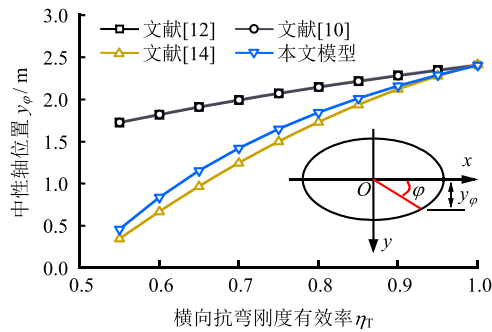


图 14 不同方法确定的中性轴位置与横向刚度关系的比较  
Fig.14 Comparisons of the relationships between neutral axis position and transverse stiffness of tunnel

由图可见,基于文献[10,12]建议的方法进行横向刚度影响下盾构隧道纵向刚度计算时将带来较大计算误差,且其反映的盾构隧道纵向等效抗弯刚度随横向刚度的变化与实际情况不符。而采用文献[14]建议的简化计算方法确定的盾构隧道纵向抗弯刚度有效率及中性轴位置均与本文严格解析模型较为接近,但在部分工况下仍有一定计算误差。

### 5.2 横向抗弯刚度与横向变形参数的关系

建立横向抗弯刚度与横向变形参数的相关关系是进行横向性能影响下盾构隧道纵向等效抗弯刚度计算的关键,其基本逻辑链为“盾构隧道的横向刚度差异会造成不同的横向变形,进而影响其纵向抗弯刚度”。

在上述分析中为便于描述盾构隧道横向刚度对其纵向刚度的影响,借用式(2)建立了盾构隧道横向刚度与其横向变形参数之间的联系。但需要指出的是,本文模型是严格建立在椭圆的参数方程之上,并不依赖于式(2)中关于盾构隧道水平收敛变形和竖向收敛变形具有一致性的假设。事实上,统计数据表明,盾构隧道水平直径变化量要显著高于其竖向直径变化量<sup>[30]</sup>。在实际工程中,可以通过测量盾构隧道横断面的水平和竖向收敛,确定其横断面变形参数(半长轴 $a$ 和半短轴 $b$ ),进而通过本文模型确定其纵向等效抗弯刚度。

### 5.3 盾构隧道的横纵向耦合分析

本文模型通过将盾构隧道横向变形参数引入到其纵向等效抗弯刚度的解析表达中,建立了盾构隧道横纵向刚度的匹配关系,因此基于本文模型可进一步开展附加荷载下盾构隧道的横纵向耦合分析。以一盾构隧道遭受地表突发堆载为例,给出这一问题迭代求解的基本思路。

图 15 为堆载引起既有盾构隧道横纵向变形示意,图中 $D_i$ 为隧道直径, $L$ 和 $B$ 分别为堆载的长度和宽度, $p_0$ 表示堆载的大小, $\Delta_h$ 和 $\Delta_v$ 分别为隧道

半径在水平和竖直方向上的变化量。在该附加荷载作用下既有盾构隧道将产生横、纵向附加变形,且相互影响,其机制为:堆载引起盾构隧道的纵向变形,在隧道横断面内产生附加剪力和附加弯矩,在该附加弯矩的扁平效应和附加剪力的剪切效应<sup>[31]</sup>下横断面收敛变形加剧,改变了盾构隧道横向变形参数,进而引起盾构隧道纵向等效抗弯刚度的变化,进一步影响盾构隧道的纵向变形,随着横、纵向变形的不断演化和发展,最终达到稳定状态。

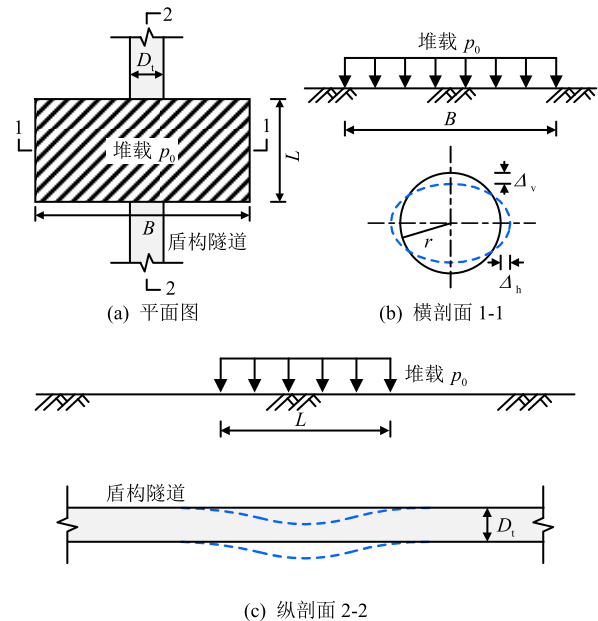


图 15 堆载引起的既有盾构隧道横纵向变形  
Fig.15 Transverse and longitudinal deformations of a shield tunnel induced by surcharge

图 16 给出了基于本文模型进行突发堆载下盾构隧道横、纵向变形耦合分析的基本流程,图中 $\Delta D_i$

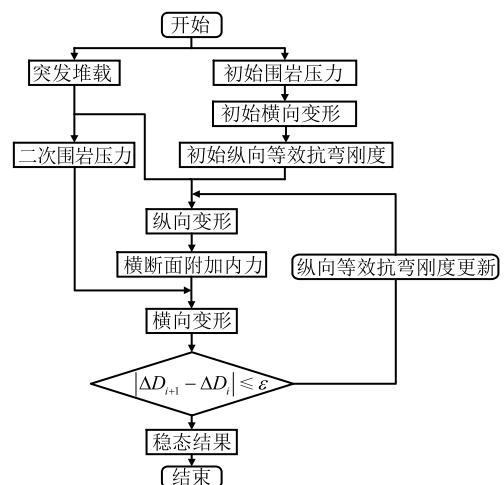


图 16 突发堆载下盾构隧道横纵向变形耦合分析流程  
Fig.16 Flowchart of the coupled analyses on transverse and longitudinal deformations of shield tunnels induced by surcharge

和  $\Delta D_{i+1}$  分别为第  $i$  和  $i+1$  次计算得到的隧道横断面收敛变形,  $\varepsilon$  为计算误差限值。其主要步骤包括:

①根据初始横向变形参数确定纵向等效抗弯刚度初值; ②构建纵向等效连续化模型计算纵向变形和附加内力; ③根据横向附加弯矩和剪力结合二次围岩压力计算横向变形; ④判断是否满足收敛判据, 若不满足, 则根据横向变形参数更新纵向等效抗弯刚度, 重复第②和第③步, 直到迭代收敛; ⑤输出最终横、纵向变形。

## 6 结 论

本文考虑盾构隧道的横向变形特征, 建立了考虑横向性能的盾构隧道纵向非线性等效抗弯刚度计算模型, 基于既有解析模型计算结果和模型试验数据验证了本文模型的可靠性, 并采用建立的解析模型分析了纵向轴力和弯矩耦合作用下盾构隧道横向性能对其纵向刚度的影响规律。所得主要结论如下:

(1) 考虑盾构隧道的横向变形特征, 基于椭圆积分严格推导了在纵向轴力作用下环缝完全闭合、半张开和完全张开 3 种弯曲模式下盾构隧道的纵向等效抗弯刚度, 并给出了各弯曲模式的临界荷载判据。

(2) 通过对比既有非线性抗弯刚度理论与模型试验数据, 验证了本文解析模型的可靠性。若不考虑盾构隧道的横向变形, 则本文模型即退化为既有非线性模型; 若不考虑纵向轴力时, 本文模型即退化为经典的志波模型, 证明了本文模型的广义性。

(3) 盾构隧道的纵向刚度与横向刚度正相关, 且在压弯状态下横向刚度对盾构隧道纵向等效抗弯刚度的影响更明显; 盾构隧道横向变形越大, 其环缝越容易受弯张开。

(4) 基于非严格椭圆积分的考虑横向性能的盾构隧道纵向等效抗弯刚度计算模型会带来一定的计算误差, 本文模型可以保证结果的可靠性; 基于本文模型可建立附加荷载下盾构隧道横纵向变形的耦合分析方法。

## 参 考 文 献

- [1] 何川, 耿萍. 盾构隧道实用抗震计算方法研究[J]. 中国公路学报, 2020, 33(12): 15-25.  
HE Chuan, GENG Ping. Research on practical seismic analysis methods of shield tunnel[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 2020, 33(12): 15-25.
- [2] 梁荣柱, 林存刚, 夏唐代, 等. 考虑隧道剪切效应的基坑开挖对邻近隧道纵向变形分析[J]. 岩土力学与工程

学报, 2017, 36(1): 223-233.

- LIANG Rong-zhu, LIN Cun-gang, XIA Tang-dai, et al. Analysis on the longitudinal deformation of tunnels due to pit excavation considering the tunnel shearing effect[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2017, 36(1): 223-233.
- [3] 王祖贤, 施成华, 刘建文. 非对称推力作用下盾构隧道附加响应的解析解[J]. 岩土力学, 2021, 42(9): 2449-2460.  
WANG Zu-xian, SHI Cheng-hua, LIU Jian-wen. Analytical solution of additional response of shield tunnel under asymmetric jack thrust[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2021, 42(9): 2449-2460.
- [4] 王祖贤, 施成华, 龚琛杰, 等. 邻近车站(工作井)基坑开挖对下卧盾构隧道影响的解析计算方法[J]. 岩土力学, 2022, 43(8): 2176-2190.  
WANG Zu-xian, SHI Cheng-hua, GONG Chen-jie, et al. Analytical method to estimate the influence of foundation pit excavation adjacent to the station (working shaft) on the underlying shield tunnel[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2022, 43(8): 2176-2190.
- [5] 刘维正, 戴晓亚, 孙康, 等. 地铁盾构隧道近距离上穿既有线路纵向变形计算方法[J]. 岩土力学, 2022, 43(3): 831-842.  
LIU Wei-zheng, DAI Xiao-ya, SUN Kang, et al. Calculation method of longitudinal deformation of metro shield tunnel overpassing existing line at short distance[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2022, 43(3): 831-842.
- [6] 刘建文, 施成华, 雷明锋, 等. 基坑开挖对下卧地铁隧道影响的解析计算方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2019, 50(9): 2215-2225.  
LIU Jian-wen, SHI Cheng-hua, LEI Ming-feng, et al. Analytical method for influence analysis of foundation pit excavation on underlying metro tunnel[J]. **Journal of Central South University (Science and Technology)**, 2019, 50(9): 2215-2225.
- [7] 志波由纪夫, 川島一彦, 大日方尚巳, 等. シールドトンネルの耐震解析に用いる長手方向覆工剛性評価法[C]//土木学会論文集. 东京: [出版社不详], 1988: 319-327.  
SHIBA Yukio, KAWASHIMA Kazuhiko, OBINATA Naomi, et al. An evaluation method of longitudinal stiffness of shield tunnel linings for application to seismic response analyses[C]//Proceeding of Japan Society of Civil Engineering. Tokyo: [s. n.], 1988: 319-327.
- [8] 廖少明. 圆形隧道纵向剪切传递效应研究[D]. 上海:

- 同济大学, 2002.
- LIAO Shao-ming. Research on longitudinal shear transfer of circular tunnel[D]. Shanghai: Tongji University, 2002.
- [9] 徐凌. 软土盾构隧道纵向沉降研究[D]. 上海: 同济大学, 2005.
- XU Ling. Research of longitudinal settlement of soft soil shield tunnel[D]. Shanghai: Tongji University, 2005.
- [10] 叶飞, 何川, 朱合华, 等. 考虑横向性能的盾构隧道纵向等效刚度分析[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(12): 1870-1876.
- YE Fei, HE Chuan, ZHU He-hua, et al. Longitudinal equivalent rigidity analysis of shield tunnel considering transverse characteristics[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(12): 1870-1876.
- [11] YU H T, CAI C, BOBET A, et al. Analytical solution for longitudinal bending stiffness of shield tunnels[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2019, 83: 27-34.
- [12] 张文杰, 徐旭, 李向红, 等. 广义的盾构隧道纵向等效连续化模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(增刊 2): 3938-3944.
- ZHANG Wen-jie, XU Xu, LI Xiang-hong, et al. Research on generalized longitudinal equivalent continuous model of shield tunnels[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(Suppl.2): 3938-3944.
- [13] 李翔宇, 刘国彬, 杨潇, 等. 基于修正纵向等效连续化模型的隧道变形受力研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(4): 662-670.
- LI Xiang-yu, LIU Guo-bin, YANG Xiao, et al. Deformation and stress of tunnel structures based on modified longitudinal equivalent continuous model[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 36(4): 662-670.
- [14] 杨春山, 魏立新, 莫海鸿, 等. 考虑衬砌变形与接头特征的盾构隧道纵向刚度[J]. 浙江大学学报(自然科学版), 2018, 52(2): 358-366.
- YANG Chun-shan, WEI Li-xin, MO Hai-hong, et al. Longitudinal rigidity of shield tunnel considering deformation characteristic and joint characteristic of lining[J]. **Journal of Zhejiang University (Engineering Science)**, 2018, 52(2): 358-366.
- [15] 杨春山, 莫海鸿, 魏立新. 盾构隧道环向接头等效刚度修正计算及其影响因素研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2017, 14(7): 1497-1504.
- YANG Chun-shan, MO Hai-hong, WEI Li-xin. Correction calculation for circumferential equivalent bolt stiffness of shield tunnel and the analysis of its influencing factors[J]. **Journal of Railway Science and Engineering**, 2017, 14(7): 1497-1504.
- [16] TSINIDIS G, DE SILVA F, ANASTASOPOULOS I, et al. Seismic behaviour of tunnels: from experiments to analysis[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2020, 99, 103334.
- [17] 张志伟, 梁荣柱, 李忠超, 等. 盾尾非对称推力作用下盾构隧道纵向变形分析[J]. 岩土力学, 2023, 44(1): 88-98.
- ZHANG Zhi-wei, LIANG Rong-zhu, LI Zhong-chao, et al. Analysis of longitudinal deformation of shield tunnel subjected to shield tail asymmetric jack thrust[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2023, 44(1): 88-98.
- [18] 耿萍, 陈枰良, 张景, 等. 轴力和弯矩共同作用下盾构隧道纵向非线性等效抗弯刚度研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(10): 2522-2534.
- GENG Ping, CHEN Ping-liang, ZHANG Jing, et al. Nonlinear longitudinal equivalent bending stiffness of shield tunnel under the combined effect of axial force and bending moment[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2017, 36(10): 2522-2534.
- [19] GENG P, MEI S Y, ZHANG J, et al. Study on seismic performance of shield tunnels under combined effect of axial force and bending moment in the longitudinal direction[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2019, 91: 103004.
- [20] 耿萍, 陈枰良, 陈昌健, 等. 考虑接触非线性的盾构隧道纵向分析模型及其应用[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2021, 49(6): 759-769.
- GENG Ping, CHEN Ping-liang, CHEN Chang-jian, et al. Longitudinal analysis model of shield tunnel considering contact nonlinearity and its application[J]. **Journal of Tongji University (Natural Science)**, 2021, 49(6): 759-769.
- [21] LI X J, ZHOU X Z, HONG B C, et al. Experimental and analytical study on longitudinal bending behavior of shield tunnel subjected to longitudinal axial forces[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2019, 86: 128-137.
- [22] 洪弼宸. 考虑纵向轴力的盾构隧道三维设计模型和纵向变形机理研究[D]. 上海: 同济大学, 2016.
- HONG Bi-chen. Study of 3-D design model and

- longitudinal deformation mechanism of shield tunnel considering longitudinal axial force[D]. Shanghai: Tongji University, 2016.
- [23] 蔡伟阳, 张孟喜. 基于椭圆形式的隧道纵向等效连续化模型分析[J]. 现代隧道技术, 2017, 54(3): 42-49.
- CAI Wei-yang, ZHANG Meng-xi. Longitudinal equivalent continuous model of a shield tunnel based on the ellipse form[J]. **Modern Tunnelling Technology**, 2017, 54(3): 42-49.
- [24] LEE K M, GE X W. The equivalence of a jointed shield-driven tunnel lining to a continuous ring structure[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2001, 38(3): 461-483.
- [25] 张景, 何川, 耿萍, 等. 盾构隧道环间接头弯曲状态非线性研究[J]. 工程力学, 2018, 35(11): 35-44.
- ZHANG Jing, HE Chuan, GENG Ping, et al. Study on bending state nonlinearity of shield-tunnel ring joints[J]. **Engineering Mechanics**, 2018, 35(11): 35-44.
- [26] 张景. 盾构隧道环间接头抗弯刚度计算及其影响因素研究[J]. 现代隧道技术, 2020, 57(4): 104-112.
- ZHANG Jing. Study on calculations and influence factors of bending stiffness of segment ring joints of shield tunnels[J]. **Modern Tunnelling Technology**, 2020, 57(4): 104-112.
- [27] ZHANG J, HE C, GENG P, et al. Improved longitudinal seismic deformation method of shield tunnels based on the iteration of the nonlinear stiffness of ring joints[J]. **Sustainable Cities and Society**, 2019, 45: 105-116.
- [28] 叶飞, 杨鹏博, 毛家骅, 等. 基于模型试验的盾构隧道纵向刚度分析[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(1): 83-90.
- YE Fei, YANG Peng-bo, MAO Jia-hua, et al. Longitudinal rigidity of shield tunnels based on model tests[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2015, 37(1): 83-90.
- [29] YE F, GOU C F, SUN H D, et al. Model test study on effective ratio of segment transverse bending rigidity of shield tunnel[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2014, 41: 193-205.
- [30] 张东明. 基于性能的层状地层中地下结构设计方法及可恢复性研究[D]. 上海: 同济大学, 2015.
- ZHANG Dong-ming. Performance - based design and its resilience analysis of underground structure in multi-layered ground[D]. Shanghai: Tongji University, 2015.
- [31] GONG W P, JUANG C H, HUANG H W, et al. Improved analytical model for circumferential behavior of jointed shield tunnels considering the longitudinal differential settlement[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2015, 45: 153-165.

#### 上接第 1294 页

- [31] WHITE D, TAKE W, BOLTON M, et al. A deformation measurement system for geotechnical testing based on digital imaging, close-range photogrammetry, and PIV image analysis[C]//Proceedings of the International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Istanbul: A. A. Balkema, 2001.
- [32] WHITE D, TAKE W, BOLTON M. Soil deformation measurement using particle image velocimetry (PIV) and photogrammetry[J]. **Geotechnique**, 2003, 53(7): 619-631.
- [33] 许强, 汤明高, 徐开祥, 等. 滑坡时空演化规律及预警预报研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(6): 1104-1112.
- XU Qiang, TANG Ming-gao, XU Kai-xiang, et al. Research on space-time evolution laws and early warning-prediction of landslides[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(6): 1104-1112.
- [34] 马俊伟. 渐进式滑坡多场信息演化特征与数据挖掘研究[D]. 武汉: 中国地质大学, 2016.
- MA Jun-wei. Evolution characteristics of multiple physics-based parameters and data mining technology for progressive landslides[D]. Wuhan: China University of Geosciences, 2016.